ТБП - Други колоквијум - Поправак **27.01.2018.**

1. (а) *(4 поена)* Одредити све парне троцифрене бројеве који при дељењу и са 7 и са 9 дају остатак 6, док при дељењу са 15 дају остатак 3.

   (б) *(4 поена)* Доказати да за сваки прост број $p > 5$ једначина $x^2 - 2x + 4 \equiv_p 0$ има решење ако и само ако једначина $x^2 - x + 19 \equiv_p 0$ има решење.

2. *(6 поена)* Доказати да је полином $P(x) = x^{3n+1} + 2x^{3n} + x^{3n-1} + x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ дељив полиномом $Q(x) = (x+1)^2(x^2+x+1)$ за сваки природан број n.

3. (а) *(4 поена)* Дат је полином $P(x) = x^3 + px + q \in \mathbb{R}[x]$. Уколико је познато да је $a + bi$ једна од нула полинома $P(x)$, доказати да је $2a$ нула полинома $Q(x) = x^3 + px - q$.

   (б) *(2 поена)* Одредити $a \in \mathbb{R}$ тако да једна нула полинома $P(x) = x^3 - 26x + a$ буде три пута већа од друге нуле тог полинома.

4. *(6 поена)* Одредити реалне коефицијенте a, b и c полинома $P(x) = x^5 - 2x^4 + ax^3 + bx^2 - 2x + c$ уколико је познато да је једна његова нула $1 + i$ и да има једну целобројну негативну нулу вишеструкости 2. Добијени полином факторисати у скупу $\mathbb{Z}[x]$.

ТБП - Други колоквијум - Поправак **27.01.2018.**

1. (а) *(4 поена)* Одредити све парне троцифрене бројеве који при дељењу и са 7 и са 9 дају остатак 6, док при дељењу са 15 дају остатак 3.

   (б) *(4 поена)* Доказати да за сваки прост број $p > 5$ једначина $x^2 - 2x + 4 \equiv_p 0$ има решење ако и само ако једначина $x^2 - x + 19 \equiv_p 0$ има решење.

2. *(6 поена)* Доказати да је полином $P(x) = x^{3n+1} + 2x^{3n} + x^{3n-1} + x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ дељив полиномом $Q(x) = (x+1)^2(x^2+x+1)$ за сваки природан број n.

3. (а) *(4 поена)* Дат је полином $P(x) = x^3 + px + q \in \mathbb{R}[x]$. Уколико је познато да је $a + bi$ једна од нула полинома $P(x)$, доказати да је $2a$ нула полинома $Q(x) = x^3 + px - q$.

   (б) *(2 поена)* Одредити $a \in \mathbb{R}$ тако да једна нула полинома $P(x) = x^3 - 26x + a$ буде три пута већа од друге нуле тог полинома.

4. *(6 поена)* Одредити реалне коефицијенте a, b и c полинома $P(x) = x^5 - 2x^4 + ax^3 + bx^2 - 2x + c$ уколико је познато да је једна његова нула $1 + i$ и да има једну целобројну негативну нулу вишеструкости 2. Добијени полином факторисати у скупу $\mathbb{Z}[x]$.

ТБП - Други колоквијум - Поправак **27.01.2018.**

1. (а) *(4 поена)* Одредити све парне троцифрене бројеве који при дељењу и са 7 и са 9 дају остатак 6, док при дељењу са 15 дају остатак 3.

   (б) *(4 поена)*Доказати да за сваки прост број $p > 5$ једначина $x^2 - 2x + 4 \equiv_p 0$ има решење ако и само ако једначина $x^2 - x + 19 \equiv_p 0$ има решење.

2. *(6 поена)* Доказати да је полином $P(x) = x^{3n+1} + 2x^{3n} + x^{3n-1} + x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ дељив полиномом $Q(x) = (x+1)^2(x^2+x+1)$ за сваки природан број n.

3. (а) *(4 поена)* Дат је полином $P(x) = x^3 + px + q \in \mathbb{R}[x]$. Уколико је познато да је $a + bi$ једна од нула полинома $P(x)$, доказати да је $2a$ нула полинома $Q(x) = x^3 + px - q$.

   (б) *(2 поена)* Одредити $a \in \mathbb{R}$ тако да једна нула полинома $P(x) = x^3 - 26x + a$ буде три пута већа од друге нуле тог полинома.

4. *(6 поена)* Одредити реалне коефицијенте a, b и c полинома $P(x) = x^5 - 2x^4 + ax^3 + bx^2 - 2x + c$ уколико је познато да је једна његова нула $1 + i$ и да има једну целобројну негативну нулу вишеструкости 2. Добијени полином факторисати у скупу $\mathbb{Z}[x]$.